

На правах рукописи

Волков Сергей Сергеевич

**АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ
КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ
ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНОГО СЛОЯ**

01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Ростов-на-Дону — 2013

Работа выполнена в научно-образовательном центре «Материалы» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Донской государственной технической университет» (ДГТУ).

Научный руководитель: **Айзикович Сергей Михайлович**,
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник.

Официальные оппоненты: **Сумбатьян Межлум Альбертович**,
доктор физико-математических наук,
профессор, ФГАОУ ВПО «Южный
федеральный университет», заведующий
кафедрой «Теоретическая и
компьютерная гидроаэродинамика»,

Иваночкин Павел Григорьевич,
доктор технических наук, профессор,
ФГБОУ ВПО «Ростовский государственный
университет путей сообщения»,
профессор кафедры «Теоретическая
механика».

Ведущая организация: ФГБОУ ВПО «Нижегородский
государственный университет им. Н.И.
Лобачевского» (НИИ механики).

Защита состоится «11» декабря 2013 г. в 13⁰⁰ на заседании диссертационного совета Д 212.058.03 при ФГБОУ ВПО «Донской государственной технической университет» (ДГТУ) по адресу: 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, аудитория № 252.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ДГТУ.

Автореферат разослан « 7 » ноября 2013 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Кренив Л.И.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации

В настоящее время во многих отраслях промышленности и на транспорте для повышения износоустойчивости изделий, увеличения сроков эксплуатации механизмов и машин, повышения коррозионной стойкости, способности функционировать в широком диапазоне температур используются функционально-градиентные и наноструктурные покрытия. Преимущества, связанные с увеличением срока эксплуатации изделий, стимулируют процесс создания функционально-градиентных покрытий, несмотря на все возрастающую сложность разработки новых технологий получения таких материалов. Существующие способы получения функционально-градиентных покрытий позволяют добиться заданного закона изменения упругих свойств покрытия по его толщине.

К основным направлениям развития современных технологий создания покрытий относятся следующие:

- разработка и внедрение новых способов производства многофункциональных композитных и градиентных покрытий на основе многокомпонентного напыления и лазерного плакирования;
- изготовление специализированных функциональных тонкослойных (10-100 мкм) и толстослойных (100-1000 мкм) покрытий для промышленности и транспорта;
- внедрение комплексной диагностики для контроля параметров изготовленного покрытия: твердость (модуль Юнга) покрытия по его толщине, количество и качество слоев и их толщины и т. д. В качестве метода диагностики и контроля покрытий успешно применяется и развивается метод наноиндентирования. Полученные благодаря этому методу знания о структуре и свойствах покрытия (модуль Юнга, значения коэффициента Пуассона, толщина покрытия и т. п.) дают необходимую основу для построения математической модели покрытия;
- математическое моделирование свойств и функциональных характеристик покрытий в процессе их эксплуатации.

Последнему направлению уделяется все большее внимание, как на стадии проектирования покрытия, так и на стадии его изготовления и эксплуатации. Прежде всего, это математическое моделирование задачи о контакте изделий через покрытие, так как контакт является основным способом приложения нагрузок к деформируемому телу. Зачастую именно концентрация напряжений в зоне контакта инициирует разрушение материала, которое происходит в процессе функционирования машин и механизмов.

Цели работы состоят в следующем:

1) разработать эффективные математические методы решения задач контактного взаимодействия элементов конструкций с мягкими неоднородными покрытиями,

2) исследовать влияние формы индентора и неоднородности покрытия на напряженно-деформированное состояние мягкого покрытия: на особенности распределения контактных напряжений под индентором по толщине покрытия и на величину смещений поверхности вне основания индентора,

3) исследовать применимость упрощенных математических моделей контактного взаимодействия инденторов с мягкими неоднородными покрытиями.

Научную новизну работы составляют следующие основные результаты:

– разработан и численно реализован метод решения контактных задач:

1) о внедрении индентора с плоской подошвой, сферической или конической формы в неоднородный мягкий слой,

2) об изгибе круглой пластины со свободными и закрепленными краями, лежащей на неоднородном мягком слое,

– получено приближенное аналитическое решение контактной задачи о внедрении конического индентора в неоднородное упругое полупространство,

– предложен подход, позволяющий строить эффективные решения контактных задач в случае существенного скачка упругих свойств в зоне сопряжения покрытие/подложка,

– построено численно-аналитическое решение контактной задачи об изгибе круглой пластины с закрепленными краями, лежащей на неоднородном слое, сцепленном с упругим полупространством,

– проведена оценка применимости ряда упрощенных моделей контактного взаимодействия (модель Фусса — Винклера, модель слоя на недеформируемом основании) на примере решения контактных задач о внедрении индентора с плоской подошвой в мягкое неоднородное покрытие,

– проведено математическое моделирование механического поведения двухслойного антифрикционного покрытия железнодорожных рельсов при контактном воздействии. Распределение модуля Юнга по глубине покрытия восстановлено из результатов эксперимента по наноиндентированию.

Достоверность результатов работы обеспечивается:

- строгостью использованного математического аппарата,
- соответствием выявленных эффектов физическому смыслу задач,
- совпадением, в частных случаях, построенных решений с известными решениями.

Практическая ценность работы

Результаты работы могут быть использованы:

- 1) для моделирования и оптимизации структуры мягких неоднородных покрытий,
- 2) при расчете и исследовании тонкостенных элементов конструкций, контактирующих с мягким неоднородным слоем,
- 3) при моделировании процесса индентирования мягких покрытий и определения напряженно-деформированного состояния по его толщине,
- 4) для определения диапазонов изменения геометрических и физических параметров задач, допускающих решение с помощью упрощенных математических моделей.

Методы исследования

Решаемые контактные задачи применением методов интегральных преобразований сводятся к интегральному уравнению Фредгольма 1 рода, решение которого строится с применением двусторонне-асимптотического метода. Трансформанта ядра интегрального уравнения задачи строится численно с помощью модификации метода моделирующих функций.

Положения, выносимые на защиту:

- развитие двусторонне-асимптотического метода решения интегральных уравнений, позволившее моделировать процесс контактного взаимодействия как недеформируемых, так и гибких элементов конструкций с мягкими неоднородными покрытиями,
- приближенное аналитическое решение осесимметричной контактной задачи о внедрении конического индентора в неоднородное по глубине полупространство при произвольном законе неоднородности,
- приближенное аналитическое решение осесимметричной контактной задачи об изгибе круглой пластины с закрепленными краями, лежащей на мягком неоднородном слое,
- исследование границ применимости упрощенных математических моделей (модель Фусса — Винклера, модель недеформируемого основания) контактного взаимодействия индентора с плоской подшовой с мягкими неоднородными покрытиями.

Апробация работы

Результаты, полученные в диссертационной работе, докладывались на: VI, VII Всероссийских школах-семинарах «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете», (пос. Дивноморское 2011, 2012); XIV Международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды» (г. Ростов-на-Дону, 2011); X Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Нижний Новгород, август 2011); Международной научно-технической конференции «Полимерные композиты и трибология ПОЛИКОМТРИБ-2011» (Гомель, Беларусь, 2011); Российско-Тайваньских симпозиумах «Physics and mechanics of new materials and their applications» (г. Ростов-на-Дону, 2012, г. Гаосюн, Тайвань, 2013); 23-м Международном конгрессе по теоретической и прикладной механике (Пекин, Китай, 2012); Международной конференции «Современные проблемы механики», посвященной 100-летию Л.А. Галина (Москва, 2012); X Международной конференции «Методологические аспекты сканирующей зондовой микроскопии (Минск, Беларусь, 2012), I Международной конференции «Shell and Membrane Theories in Mechanics and Biology» (Минск, Беларусь, 2013).

Публикации

По теме диссертации опубликовано 20 работ, в том числе четыре статьи [1-4] представлены в журналах из "Перечня ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук", утвержденного ВАК РФ. Зарегистрировано 2 программы для ЭВМ [19-20].

В работах [1,5,7-9,11,17] Волкову С.С. принадлежат результаты по решению контактной задачи о внедрении индентора с плоской подошвой в слой в случае существенного отличия упругих свойств в зоне покрытие/подложка.

В работах [2,4,6,12-16,18] соавторам принадлежит постановка задачи и выбор метода исследования. Волкову С.С. принадлежит построение аппроксимаций трансформант ядер высокой точности для случая существенного скачка модуля Юнга в зоне сопряжения слой/основание, а также численный анализ полученных результатов.

В работе [10] Волкову С.С. принадлежит постановка задачи и построение аппроксимаций трансформанты ядра высокой точности.

В программах для ЭВМ [19,20] Волкову С.С. принадлежит алгоритм для вычисления осадки поверхности вне штампа.

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 152 наименований, общий объем диссертации составляет 141 страницу.

На различных этапах данная работа поддерживалась грантами Министерства образования и науки РФ (ГК № 11.519.11.3015, № 11.519.11.3028, соглашение № 14.В37.21.1632) и Российского фонда фундаментальных исследований (№ 13-07-00952-а).

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы и сформулированы цели проводимого исследования.

В **ГЛАВЕ 1** проводится обзор существующих технологий создания и применения современных защитных покрытий. Дается краткая информация об используемых на практике способах контроля и определения упругих свойств покрытий. Приводится обзор методов решения контактных задач теории упругости.

В **ГЛАВЕ 2** сформулирована постановка осесимметричной контактной задачи о вдавлении штампа с плоской подошвой, а также сферической и конической формы в неоднородный слой, лежащий на деформируемом основании. Постановка задач изображена на рисунках 1 а)-в).

Коэффициенты Ламе Λ и M изменяются с глубиной по закону

$$\Lambda(z) = \begin{cases} \Lambda_1(z), & -H \leq z \leq 0 \\ \Lambda_2, & -\infty < z < -H \end{cases} \quad (1)$$
$$M(z) = \begin{cases} M_1(z), & -H \leq z \leq 0 \\ M_2, & -\infty < z < -H \end{cases}$$

Здесь $\Lambda_1(z)$, $M_1(z)$ – произвольные непрерывные гладкие функции, $\Lambda_2, M_2 = \text{const}$.

Под действием центрально приложенной силы P индентор переместится вниз по направлению оси z на величину δ . χ – расстояние от зоны контакта до нижней точки индентора. Функция $\varphi(r)$ определяет форму основания индентора. Вне зоны контакта поверхность слоя свободна от напряжений. Граничные условия на поверхности слоя ($z = 0$) при сделанных предположениях примут вид:

$$z = 0: \tau_{zr}^1 = \tau_{z\varphi}^1 = 0, \begin{cases} \sigma_z^1 = 0, & r > a \\ w^1 = -f(r) = -(\delta - \varphi(r)) & r \leq a \end{cases}$$

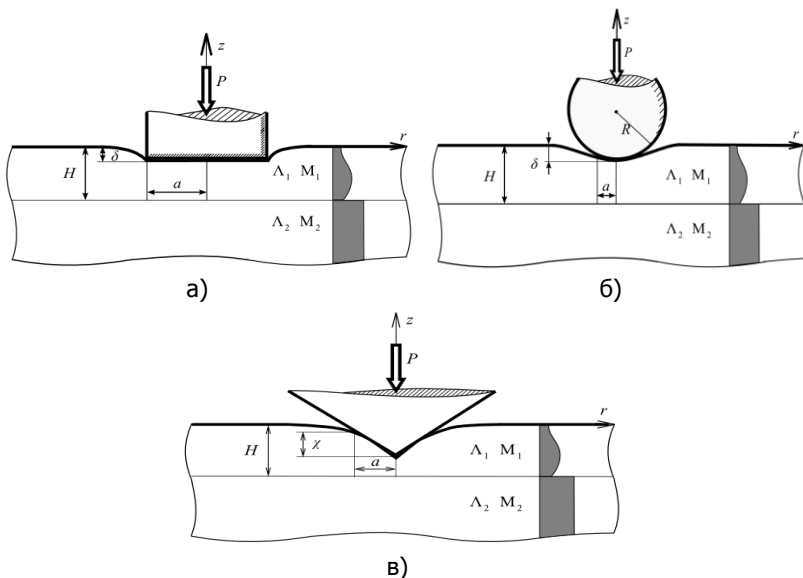


Рисунок 1 – Постановка задачи о вдавливании индентора а) с плоской подошвой, б) сферической формы, в) конической формы в неоднородный упругий слой, лежащий на однородном упругом полупространстве

Применением методов интегрального преобразования Ханкеля поставленные контактные задачи сводятся к решению следующего интегрального уравнения

$$\int_0^1 \tau(\rho) \rho d\rho \int_0^\infty L(u) J_0(ur\lambda^{-1}) J_0(u\rho\lambda^{-1}) du = \lambda \Theta_1(0) f(r), \quad r \leq 1, \quad (2)$$

где $\tau(\rho)$ – неизвестная функция, определяющая распределение нормальных контактных напряжений под штампом; a – радиус зоны контакта; $\lambda = H/a$ – геометрический параметр задачи; $L(u)$ – трансформанта ядра интегрального уравнения; $J_0(u)$ – функция Бесселя первого рода; $f(r)$ – функция, определяющая форму индентора;

$$\Theta_1(0) = 2M_1(0)(\Lambda_1(0) + M_1(0))(\Lambda_1(0) + 2M_1(0))^{-1}.$$

Предложен метод численного построения трансформанты ядра интегрального уравнения (2), основанный на модификации метода моделирующих функций, предложенного В. А. Бабешко, Е. В. Глушковым, Н. В. Глушковой. Модификация метода позволяет

численно построить трансформанту ядра для любых заданных скачков модуля Юнга в зоне сопряжения покрытие/подложка. Рассмотрены случаи, когда слой сцеплен с полупространством, либо свободно лежит на нем.

В качестве величины, определяющей этот скачок, вводится в рассмотрение параметр β , равный отношению модуля Юнга материала подложки к модулю Юнга покрытия.

В **ГЛАВЕ 2** проводится численное сравнение значений трансформант $L(u)$ ядер интегральных уравнений при $u \in [0, \infty)$ для случая упругого слоя, свободно лежащего на упругом полупространстве, и слоя, сцепленного с полупространством, для характерных законов изменения модуля Юнга покрытия с глубиной. Показано, что чем больше жесткость упругого полупространства по сравнению с покрытием, тем меньше различаются между собой значения трансформанты. Определены значения аргумента u функции, описывающей трансформанту ядра, при которых значения трансформант близки для всех рассмотренных законов изменения упругих модулей.

С помощью двусторонне-асимптотического метода решения интегрального уравнения (2) построено приближенное аналитическое решение задачи о вдавливании конического индентора. Метод построения решения основывается на том, что трансформанта ядра $L(u)$ аппроксимируется следующим выражением:

$$L(u) \approx L_N(u) = \prod_{i=1}^N \frac{u^2 + A_i^2}{u^2 + B_i^2}, \quad A_i, B_i \in C. \quad (3)$$

Для такого вида аппроксимации $L(u)$ (3) построено замкнутое аналитическое решение интегрального уравнения задачи (2)

$$\tau(r) = \frac{\chi_{\Theta_0}(0)}{a} \left(L^{-1}(0) \left(\ln \frac{1 + \sqrt{1 - r^2}}{r} \right) + \sum_{i=1}^N A_i \lambda^{-1} \left(C_i \int_r^1 \frac{\text{sh}(A_i \lambda^{-1} t)}{\sqrt{t^2 - r^2}} dt + D_i \int_r^1 \frac{\text{ch}(A_i \lambda^{-1} t)}{\sqrt{t^2 - r^2}} dt \right) \right),$$

в котором C_i и D_i — некоторые постоянные, определяемые из системы линейных алгебраических уравнений.

В **ГЛАВЕ 3** построены аппроксимации высокой точности трансформанты ядра интегрального уравнения контактной задачи для однородного слоя в виде (3) для случая, когда модуль Юнга подложки в 2,5, 10, 100, 1000 раз больше модуля Юнга слоя. Для случая внедрения индентора с плоской подошвой и сферического индентора в слой с помощью этих аппроксимаций построено распределение контактных

напряжений под индентором с плоской подошвой. Произведено их сравнение с численными результатами, полученными другими методами (регулярным и сингулярным асимптотическим методом и методом ортогональных многочленов) для недеформируемого основания (см. таблица 1), взятых из монографии Александрова В.М., Пожарского Д.А. "Неклассические пространственные задачи механики контактных взаимодействий упругих тел" 1998 года. Максимальное различие между значениями контактных напряжений, указанными в монографии Александрова В.М., Пожарского Д.А., и полученными в настоящей работе, наблюдается при $\lambda = 0,25$, и не превышает 3%, а в случае $\lambda \geq 1$ погрешность составляет менее 0,8%.

Таблица 1 — Сравнение контактных напряжений (индентор с плоской подошвой)

β	2	5	10	100	1000	Недеформируемое основание
$\lambda = 0,25, R = 0$	1,357	3,150	5,026	9,254	10,051	9,780
$\lambda = 0,25, R = 0,95$	3,117	5,061	6,674	10,069	10,738	11,043
$\lambda = 1, R = 0$	1,029	1,533	1,796	2,113	2,177	2,183
$\lambda = 1, R = 0,95$	2,702	3,459	3,871	4,339	4,391	4,432
$\lambda = 4, R = 0$	0,717	0,775	0,801	0,819	0,821	0,821
$\lambda = 4, R = 0,95$	2,265	2,439	2,510	2,569	2,582	2,572

Проанализирован случай внедрения индентора в покрытие, у которого модуль Юнга меняется с глубиной по одному из следующих законов (рисунок 2):

закон 1: $\varphi_1(z) = 1$;

закон 2: $\varphi_2(z) = \varphi_0 + (\varphi_0 - 1) \cdot z/H$;

закон 3: $\varphi_3(z) = \frac{1}{\varphi_0} - \frac{\varphi_0 - 1}{\varphi_0} \cdot \frac{z}{H}$;

закон 4: $\varphi_4(z) = \frac{\varphi_0 + 1}{2\varphi_0} + \frac{\varphi_0 - 1}{2\varphi_0} \cos\left(2\pi \cdot \frac{z}{H} k\right)$

$$\text{закон 5: } \varphi_5(z) = \frac{\varphi_0 + 1}{2} - \frac{\varphi_0 - 1}{2} \cos\left(2\pi \cdot \frac{z}{H} \cdot k\right);$$

Законы 2, 3 описывают линейное изменение модуля Юнга в покрытии. Закон 2 — «линейный убывающий», закон 3 — «линейный возрастающий». Законы неоднородности 4,5 описывают среду, в которой модуль Юнга изменяется по тригонометрическому закону.

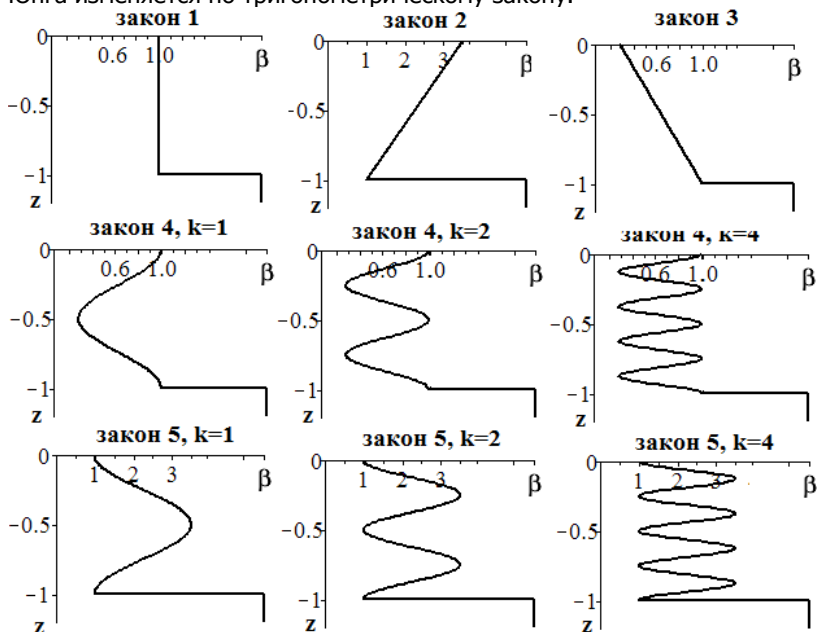


Рисунок 2 – Законы изменения модуля Юнга с глубиной покрытия

Для законов 4–5 проанализировано влияние параметра k ($k = 1, 2, 4$) на вид трансформанты ядра и его влияние на контактные напряжения.

Проанализирован случай внедрения индентора в покрытие, у которого модуль Юнга изменяется по глубине. Здесь же проводится анализ применимости модели Фусса — Винклера на примере решения задачи о внедрении индентора с плоской подошвой. Определены диапазоны значений параметров λ и β , при которых применима модель Фусса — Винклера. Для модуля Юнга, линейно убывающего с глубиной покрытия, при $\beta=100$ диапазон применимости модели Фусса — Винклера $\lambda \in [0,1, 0,22]$, а для линейного возрастающего модуля Юнга $\lambda \in [0,03, 0,25]$ при том же β .

В **ГЛАВЕ 3** построены смещения и главные напряжения внутри неоднородного слоя, модуль Юнга которого меняется с глубиной по линейному закону (возрастающему или убывающему). Исследованы случаи внедрения инденторов как с плоской подошвой, так и сферической и конической формы.

На рисунке 3 изображены вертикальные смещения $w(z, r)$ точек вблизи поверхности $w(z, r)|_{z=-0.001H}$, пунктирными линиями прорисован профиль индентора. Рисунок 3 иллюстрирует осадку поверхности. Совпадение формы индентора и смещений, рассчитанных с помощью приближенных формул, дает основание утверждать о точности полученных результатов.

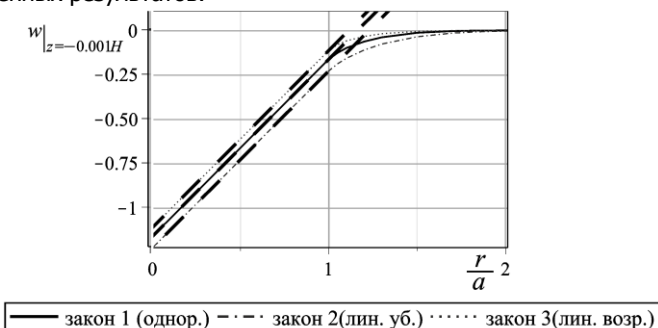


Рисунок 3 – Вертикальные смещения $w(r, z)$ при $z = -0.001H$ при внедрении конического индентора. Пунктиром обозначен профиль индентора

В этой же главе реализовано моделирование процессов индентирования двухслойного антифрикционного покрытия железнодорожных рельс. Покрытие представляет собой силовой каркас, нанесенный на рельс методом электроискрового легирования, который затем покрывается антифрикционным полимерным композитом с модулем Юнга, равным 3,2 ГПа. Индентирование покрытия осуществлялось сферическим индентором. Модуль Юнга силового каркаса восстановлен по результатам наноиндентирования, его вид показан на рисунке 4 а).

На рисунке 4 б) построены графики контактных напряжений для антифрикционного покрытия, отнесенных к напряжениям, соответствующим однородному полупространству с упругими свойствами полимера. Из графиков видно, что для малых зон контакта ($a < 5$ мкм) относительные контактные напряжения очень близки к 1, т.е. пакет, состоящий из армирующего слоя и подложки, не оказывает существенного влияния на распределение напряжений под основанием индентора.

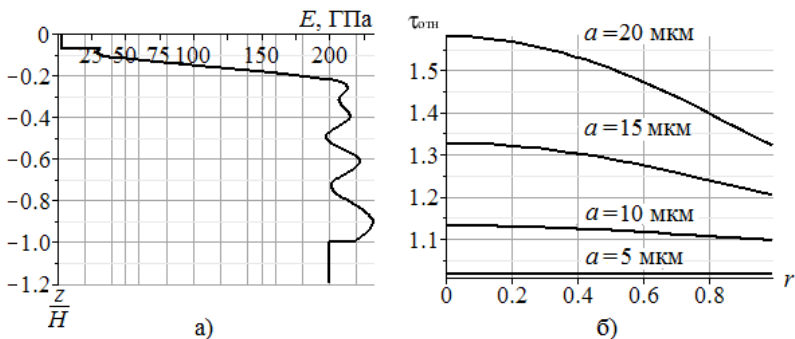


Рисунок 4 – Результаты моделирования антифрикционного покрытия
 а) график изменения модуля Юнга по толщине покрытия,
 б) рассчитанные относительные контактные напряжения

На рисунке 5 а) приведены графики, характеризующие связь между отношением $P\delta^{-1}$ (P — приложенная к индентору сила, δ — его осадка), и размером зоны контакта a для антифрикционного покрытия. Для этого же случая на рисунке 5 б) дана зависимость между осадкой δ и изменением размера зоны контакта a .

В **ГЛАВЕ 4** дана постановка задачи об изгибе круглой упругой пластины радиуса R и толщины h , лежащей на поверхности $z = 0$ функционально-градиентного слоя конечной толщины ($-H \leq z \leq 0$). Круглая пластина радиуса R и толщины h лежит на поверхности упругого слоя ($z = 0$). Под действием осесимметрично распределенной нормальной нагрузки $p^*(r)$ пластина изгибается и деформирует упругий слой. Прогиб пластины обозначается функцией $w^*(r)$. Коэффициенты Ламе Λ и M упругого слоя и полупространства определены в (1).

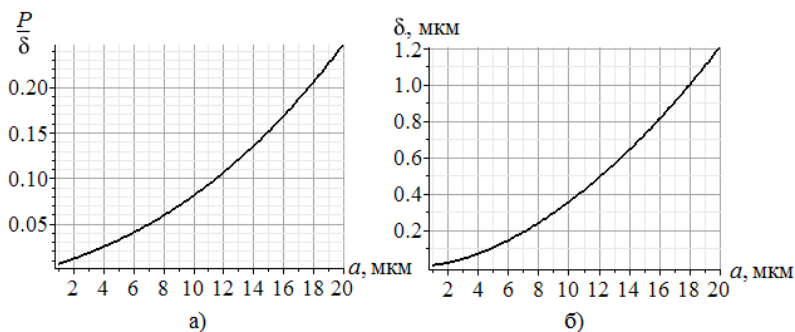


Рисунок 5 – Графики зависимостей а) $P\delta^{-1}$ от a , б) δ от a

Учтем следующую замену переменных: $\lambda = H/R$; $r' = r/R$; $z' = z/H$; $w^*(r) = w(r')R$, $p^*(r) = p(r')DR^{-3}$, $q^*(r) = q(r')DR^{-3}$, где $q^*(r)$ — контактные напряжения под пластиной, D — цилиндрическая жесткость пластины. Далее штрихи опускаем.

Рассматривается два случая граничных условий: когда пластина лежит свободно на основании, с незакрепленными краями

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) \Big|_{r=1} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial r} (\Delta w) \Big|_{r=1} = 0 \quad (4)$$

и когда края пластины закреплены

$$\frac{\partial w}{\partial r} \Big|_{r=1} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial r} (\Delta w) \Big|_{r=1} = 0. \quad (5)$$

В (4) и (5) Δ — оператор Лапласа, ν — коэффициент Пуассона пластины.

Методом интегрального преобразования Ханкеля контактная задача сводится к решению следующей системы уравнений:

$$\mathbf{L}_0 w(r) = p(r) - q(r), \quad 0 \leq r \leq 1, \quad (6)$$

$$\begin{cases} \int_0^\infty Q(\alpha) L(\alpha \lambda) J_0(\alpha r) d\alpha = s w(r), & 0 \leq r \leq 1, \\ \int_0^\infty Q(\alpha) J_0(\alpha r) d\alpha = 0, & r > 1. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь $q(r)$ — нормальные контактные напряжения под основанием пластины, $L(u)$ — трансформанта ядра. Параметр $s = \Theta R^3 D^{-1}$ характеризует изгибную жесткость пластины, D — цилиндрическая

жесткость пластины, $\mathbf{L}_0 = \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right)^2$.

С использованием двусторонне-асимптотического метода строится приближенное аналитическое решение парных интегральных уравнений (7). Функция прогиба представляется в виде ряда по формам собственных колебаний пластины.

Рассмотрено влияние граничных условий (4), (5) на распределение контактных напряжений под пластиной в зависимости от значений параметров β , s , λ и закона изменения модуля Юнга с глубиной при действии равномерно распределенной нагрузки. Для жестких пла-

стин ($s < 0,5$) показано, что граничные условия не оказывают существенное влияние на распределение контактных напряжений.

На рисунках 6 а),б) изображены контактные напряжения под пластиной. Рисунок 6 а) соответствует случаю, когда модуль Юнга в покрытии меняется по закону 3 (рисунок 2) и $\beta=100$, рисунок 6 б) – модуль Юнга в покрытии меняется по закону 2 (рисунок 2), $\beta=100$.

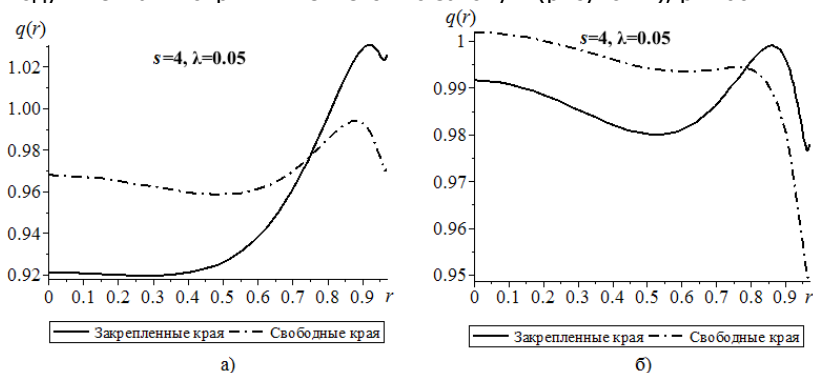


Рисунок 6 – Распределение нормальных контактных напряжений $q(r)$ под пластиной

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе развита методика численно-аналитического решения осесимметричных контактных задач теории упругости для мягких неоднородных покрытий, с помощью которой построены и реализованы решения следующих проблем:

- решение осесимметричных контактных задач теории упругости о внедрении индентора с плоской подошвой, сферической и конической формой в мягкий функционально-градиентный слой, лежащий на упругом основании, эффективное во всем диапазоне значений геометрического параметра задачи,

- решение осесимметричных контактных задач теории упругости об изгибе круглых пластин, лежащих на мягком функционально-градиентном слое, лежащем на упругом основании,

- математическое моделирование индентирования двухслойного мягкого антифрикционного покрытия железнодорожных рельс с учетом существующей неоднородности силового каркаса,

- определение диапазонов геометрических и физических параметров задачи, для которых упрощенные математические модели (модель Фусса – Винклера, модель слоя на недеформируемом основании) дают достоверный результат при моделировании контактного взаимодействия индентора с покрытием.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Айзикович, С.М. Аналитические решения осесимметричных контактных задач для слоя [Текст] / С.М. Айзикович, А.С. Васильев, С.С. Волков // Вестник Нижегородского ун-та им. Н. И. Лобачевского. – 2011. – № 4, ч. 5. – С. 1947-1948.
2. Волков, С.С. Аналитическое решение осесимметричной контактной задачи о вдавлении штампа в мягкий слой [Текст] / С.С. Волков, С.М. Айзикович, И.В. Погоцкая // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества (ЧЭС). – 2012. – Вып. 2. – С. 19-26.
3. Волков, С.С. Аналитическое решение контактной задачи о внедрении сферического индентора в мягкий упругий слой [Текст] / С.С. Волков // Вестник ДГТУ. – 2012. – № 7. – С.5-10.
4. Volkov, S. Analytical solution of axisymmetric contact problem about indentation of a circular indenter with flat base into the soft functional-gradient layer [Text] / S. Volkov, S. Aizikovich, Y.-S. Wang, I. Fedotov // Acta Mechanica Sinica. – 2013. – Vol. 29, iss. 2. – С. 196-201.
5. Айзикович, С.М. Новый подход к решению осесимметричных контактных задач для неоднородного слоя [Текст] / С.М. Айзикович, А.С. Васильев, С.С. Волков // Развитие идей Л.А. Галина в механике: сб. – М.: Ижевск, 2013. – С. 139-150. – ISBN 978-1-62618-535-7.
6. Aizikovich, S.M. The analytical solution of axisymmetric contact problem for the coating of complicated structure [Text] / S.M. Aizikovich, A.S. Vasiliev, S.S. Volkov, B.I Mitrin, Y.-S. Wang // Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications. – New York: Nova Science Publishers, Inc., 2013. – С. 207-214. – ISBN 978-1-62618-535-7.
7. Aizikovich, S.M. The analytical solution of axisymmetric contact problems for the coatings of complicated structure [Text] / S.M. Aizikovich, L.I. Krenev, I. Fedotov, S.S. Volkov, A.S. Vasiliev // Russian-Taiwanese symposium «Physics and mechanics of new materials and their applications», (Rostov-on-Don, Russia, June 4-6): Abstracts Schedule. – Rostov-on-Don: SFU, 2012. – P.6
8. Айзикович, С.М. Метод решения осесимметричных контактных задач для мягких неоднородных покрытий / С.М. Айзикович С.С. Волков [Текст] // Трибология – машиностроению, науч-тех. конф. (Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН): тез. докл. – Москва, 2012. – Т.1. – С. 207-208.
9. Айзикович, С.М. Новый подход в решении осесимметричных контактных задач для слоя на жестком основании [Текст] / С.М. Айзикович, С.С. Волков // Современные проблемы механики, междунар. конф., посвящ. 100-летию Л.А. Галина: тез. докл. – М.: ИПМех РАН, 2012. – С. 7.

10. Волков, С.С. Метод определения механических свойств мягкого неоднородного слоя с использованием атомно-силовой микроскопии [Текст] / С.С. Волков, Б.И. Митрин, И. Федотов, Е.С. Дрозд // Методологические аспекты сканирующей зондовой микроскопии, X Междунар. конф.: сб. докл. – Минск: Беларуская навука, 2012. – С. 265-269.

11. Aizikovich, S.M. Method of solution of axisymmetric contact problems for coatings of complicated structure. [Text] / S.M. Aizikovich, A.S. Vasiliev, S.S. Volkov // Mechanics of Composite Materials, XVII-th International Conference (May 28 - June 1): book of abstracts. – Riga, 2012. – P. 22.

12. Aizikovich, S.M. Delamination of the Soft Coatings of Complicated Structure from the Hard Substrate Caused by Torsion or Indentation [Text] / S.M. Aizikovich, L.I. Krenev, A.S. Vasiliev, S.S. Volkov // Fracture Mechanics for Durability Reliability and Safety, 19th European Conference on Fracture, (August 26 - 31 2012): Book of Abstracts. – Kazan: Foliant, 2012. – P. 371.

13. Aizikovich, S.M. The approximated analytical solutions of axisymmetric contact problems for the coatings of complicated structure [Текст] / S.M. Aizikovich, I. Sevostianov, A.S. Vasiliev, S.S. Volkov // Theoretical and Applied Mechanics, the 23rd International Congress (August 19-24): Book of Abstracts. – Beijing: China, 2012 – P. 160.

14. Волков, С.С. Об одном эффективном методе решения осесимметричной задачи для мягкого функционально-градиентного слоя, лежащего на жестком упругом основании [Текст] / С.С. Волков, С.М. Айзикович, И.В. Погочкая, З.В. Андреева // Материалы, технологии, инструменты. – 2011. – Т.16, № 3. – С.10-16.

15. Айзикович, С.М. Осесимметричные контактные задачи для функционально-градиентных покрытий сложной структуры и их аналитические решения [Текст] / С.М. Айзикович, А.С. Васильев, С.С. Волков, И.В. Цветкова // V сессия Научного совета РАН по механике деформируемого твердого тела (г. Астрахань, 31 мая – 5 июня): тез. докл. – Изд-во АГТУ, 2011 – С. 50.

16. Айзикович, С.М. О внедрении сферического индентора в мягкий функционально-градиентный упругий слой [Текст] / С.М. Айзикович, С.С. Волков // Современные проблемы механики сплошной среды, XV межд. конф. (г. Ростов-на-Дону, 4-7 декабря): сб. тр. – Ростов-н/Д: Изд-во ЮФУ, 2011. – С. 901-905.

17. Волков, С.С. Метод решения осесимметричной контактной задачи для мягкого функционально-градиентного слоя, лежащего на жестком упругом основании [Текст] / С.С. Волков С.М. Айзикович, И.В. Погочкая, З.В. Андреева // Полимерные композиты и трибология (ПОЛИКОМТРИБ-2011) Междунар. науч.-техн. конф. (г. Гомель, Беларусь, 27-30 июня): тез. докл. – Минск: Изд-во НАН Беларуси, 2011. – С. 61.

18. Aizikovich, S.M. Effective analytical solution method of contact problems for materials with functionally-graded coatings [Text] / S.M. Aizikovich, A.S. Vasiliev, S.S. Volkov, L.N. Evich // Advanced Problems in Mechanics Proceedings (APM-2011): Proceedings of the XXXIX Summer School-Conference (St. Petersburg (Repino), July 1 - 5, 2011). – С. 21-24.

19. Крнев, Л.И. Построение решения осесимметричной задачи о внедрении штампа с плоской подошвой в непрерывно-неоднородное по глубине полупространство [Прогр. для ЭВМ] / Л.И. Крнев, С.М. Айзикович, С.С. Волков, Б.И. Митрин // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2012614938 Российская Федерация. – №2012612799; заявл. 12.04.2012; зарег. 01.06.2012

20. Крнев, Л.И. Построение решения осесимметричной задачи о внедрении сферического штампа в непрерывно- неоднородное по глубине полупространство [Прогр. для ЭВМ] / Л.И. Крнев, С.М. Айзикович, С.С. Волков, Б.И. Митрин // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2012614937 Российская Федерация. – №2012612798; заявл. 12.04.2012; зарег. 01.06.2012.

В печать 05.11.2013

Формат 60x84/16. Бумага тип №3. Офсет.

Объём 1,0 усл.п.л. Заказ №1115. Тираж 100 экз. Цена свободная.

Издательский центр ДГТУ

Адрес университета и полиграфического предприятия:

344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1.